1. Układy trójkątne

   (a) Podstawianie w przód: $x_i = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij}\, x_j}{l_{ii}}$ dla $i = 1, 2, \ldots, n$

   (b) Podstawianie wstecz: $x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{ij}\, x_j}{u_{ii}}$ dla $i = n, n-1, \ldots, 1$

2. Metoda Gaussa

   I. Eliminacja w przód:
   W $n-1$ krokach o numerach $k = 1, 2, 3, \ldots, n-1$:

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - m_{ik}\, a_{kj}^{(k)}, \qquad b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} - m_{ik}\, b_k^{(k)} \qquad \text{gdzie: } m_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}}$$

   dla: $i = k+1, k+2, \ldots, n \quad j = k+1, k+2, \ldots, n.$

   II. Podstawianie wstecz.

3. Metoda Choleskiego-Banachiewicza

   I. Rozkład $\mathbf{A} = \mathbf{L}\,\mathbf{L}^{\mathrm{T}}$:

$$l_{kk} = \sqrt{(a_{kk} - \sum_{p=1}^{k-1} l_{kp}^2)} \qquad l_{ik} = \frac{a_{ik} - \sum_{p=1}^{k-1} l_{ip}\, l_{kp}}{l_{kk}}$$

   gdzie: $k = 1, 2, \ldots, n; \quad i = k+1, k+2, \ldots, n.$

   II. Rozwiązanie układu z macierzą dolnotrójkątną $\mathbf{L}\,\mathbf{Y} = \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{Y}$ (podstawianie w przód).

   III. Rozwiązanie układu z macierzą górnotrójkątną $\mathbf{U}\,\mathbf{X} = \mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{X}$ (podstawianie wstecz).

4. Metoda Jacobiego

$$x_i^{(k)} = \frac{-\sum\limits_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\, x_j^{(k-1)} + b_i}{a_{ii}} \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

5. Metoda Gaussa-Seidla

$$x_i^{(k)} = \frac{-\sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{ij}\, x_j^{(k)} - \sum\limits_{j=i+1}^{n} a_{ij}\, x_j^{(k-1)} + b_i}{a_{ii}} \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

6. Interpolacja

   (a) Lagrange'a: $L_i^n = \prod\limits_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{j=n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \qquad L^n(x) = \sum\limits_{i=0}^{n} f_i\, L_i^n(x)$

   (b) Hermita dla wielomianu 3. stopnia $\xi = x/L, \xi \in [0, 1]$:
   $H_1(\xi) = 1 - 3\,\xi^2 + 2\,\xi^3, \quad H_2(\xi) = L\,(\xi - 2\,\xi^2 + \xi^3), \quad H_3(\xi) = 3\,\xi^2 - 2\,\xi^3, \quad H_4(\xi) = L\,(-\xi^2 + \xi^3)$

7. Aproksymacja

   (a) jednomianowa: $\mathbf{S}\;\mathbf{a} = \mathbf{t}, \qquad s_k = \sum\limits_{i=0}^{n} x_i^k, \qquad t_k = \sum\limits_{i=0}^{n} f_i\, x_i^k, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, m$

   (b) uogólniona w sensie MNK: $\mathbf{D}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{D}\,\mathbf{a} = \mathbf{D}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{f}$ gdzie $D_{ij} = \Phi_i(x_j)$

8. Równania nieliniowe
   (a) Metoda bisekcji: $x_k = \frac{a+b}{2}$
   (b) Metoda falsi: $x_k = \frac{a\,f_b - b\,f_a}{f_b - f_a}$
   (c) Metoda siecznych: $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}(x_k - x_{k-1})$
   (d) metoda stycznych: $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$
   (e) metoda stycznych zmodyfikowana: $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_0)}$
   (f) metoda iteracji prostej: $x_{k+1} = \frac{g(x_k)}{1-g'(x^*)} - x_k \frac{g'(x^*)}{1-g'(x^*)}$
9. Maksymalna wartość własna - metoda potęgowa:
   (a) normalizacja: $\mathbf{u}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k)}/||\mathbf{x}^{(k)}||_2$
   (b) krok potęgowy: $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{A}\,\mathbf{u}^{(k)}$
   (c) iloraz Rayleigha $\lambda = (\mathbf{u}^{(k)})^{\mathrm{T}}\,\mathbf{A}\,\mathbf{u}^{(k)} = (\mathbf{u}^{(k)})^{\mathrm{T}}\,\mathbf{x}^{(k+1)}$
10. Całkowanie numeryczne
   (a) metoda prostokątów $S(f) = (b-a)\,f(x_0)$, lewych $x_0 = a$, prawych $x_0 = b$, środkowych $x_0 = \frac{a+b}{2}$
   (b) metoda trapezów $S(f) = \frac{b-a}{2}\Big[\,f(a) + f(b)\Big]$
   (c) metoda Simpsona $S(f) = \frac{b-a}{6}\big(f(a) + 4\,f(\frac{a+b}{2}) + f(b)\big)$,
   (d) metoda Gaussa $S(f) = \frac{b-a}{2}\sum_{i=0}^{n} w_i\, f\Big(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\,\xi_i\Big)$
      i. jednopunktowa: $\boldsymbol{\xi} = 0, \qquad \mathbf{w} = 2$
      ii. dwupunktowa: $\boldsymbol{\xi} = \Big[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\Big], \qquad \mathbf{w} = [1, 1]$
      iii. trójpunktowa: $\boldsymbol{\xi} = \big[-\sqrt{0.6}, 0, \sqrt{0.6}\big], \qquad \mathbf{w} = \big[\frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{5}{9}\big]$
11. Szereg Taylora:
$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{1}{2}h^2 f''(x) + \frac{1}{6}h^3 f'''(x) + \frac{1}{24}h^4 f^{IV}(x) + \ldots$$
12. Wzory różnicowe centralne
   (a) pierwsza pochodna: $f_i' = \frac{1}{2h}\,(-f_{i-1} + f_{i+1})$,
   (b) druga pochodna: $f_i'' = \frac{1}{h^2}\,(f_{i-1} - 2\,f_i + f_{i+1})$,
   (c) trzecia pochodna: $f_i''' = \frac{1}{2h^3}\big(-1f_{i-2} + 2f_{i-1} - 2f_{i+1} + 1f_{i+2}\big)$,
   (d) czwarta pochodna: $f_i^{IV} = \frac{1}{h^4}\big(1f_{i-2} - 4f_{i-1} + 6f_i - 4f_{i+1} + 1f_{i+2}\big)$
13. Problem początkowy $x_{i+1} = x_i + h, \quad i = 0, 1, \cdots$:
   (a) metoda Eulera $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$,
   (b) metoda polepszona Eulara: $k_1 = h \cdot f(x_i,\ y_i), \quad k_2 = h \cdot f(x_i + \frac{1}{2}h,\ y_i + \frac{1}{2}k_1), \quad y_{i+1} = y_i + k_2$,
   (c) metoda Runge-Kutty II rzędu: $k_1 = h \cdot f(x_i,\ y_i),\ k_2 = h \cdot f(x_i + h,\ y_i + k_1),\ y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$
   (d) metoda R-K III - typ 2: $k_1 = h \cdot f(x_i,\ y_i), \quad k_2 = h \cdot f(x_i + \frac{1}{3}h,\ y_i + \frac{1}{3}k_1)$
   $k_3 = h \cdot f(x_i + \frac{2}{3}h,\ y_i + \frac{2}{3}k_2) \quad y_{i+1} = y_i + \frac{1}{4}(k_1 + 3k_3)$
   (e) metoda R-K IV rzędu: $k_1 = h \cdot f(x_i,\ y_i), \quad k_2 = h \cdot f(x_i + \frac{1}{2}h,\ y_i + \frac{1}{2}k_1)$,
   $k_3 = h \cdot f(x_i + \frac{1}{2}h,\ y_i + \frac{1}{2}k_2), \quad k_4 = h \cdot f(x_i + h,\ y_i + k_3), \quad y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$