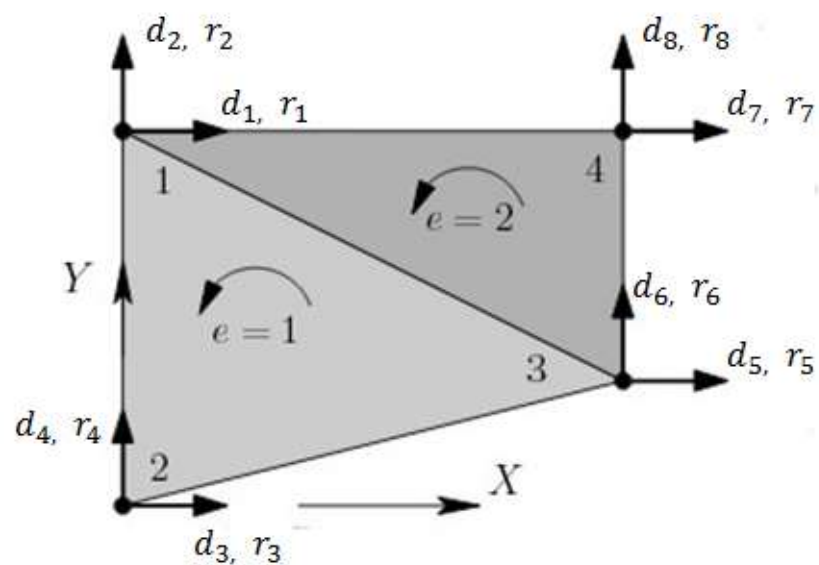
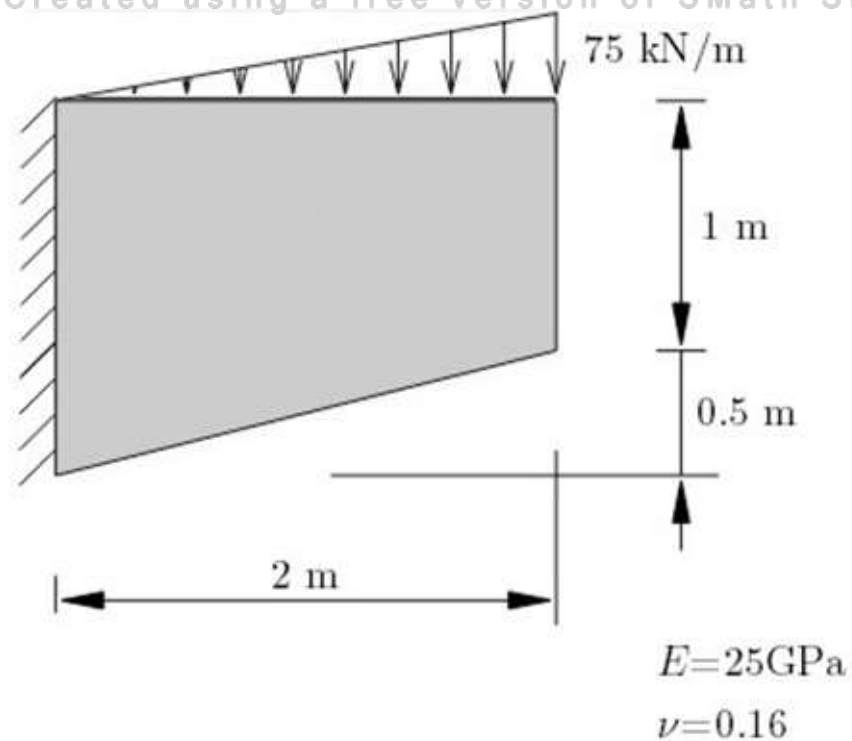


Created using a free version of SMATH Studio



Not for commercial use

Stałe materiałowe: $E := 25 \cdot 10^6$ $\nu := 0,16$

współrzędne węzłów

$$wsp := \begin{bmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0,5 \\ 2 & 1,5 \end{bmatrix}$$

macierz topologii

$$top := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$F(e1) := \begin{bmatrix} wsp_{top_{el1}1} & wsp_{top_{el1}2} & 1 \\ wsp_{top_{el2}1} & wsp_{top_{el2}2} & 1 \\ wsp_{top_{el3}1} & wsp_{top_{el3}2} & 1 \end{bmatrix}$$

pole elementów skończonych

$$A(e1) := \frac{1}{2} \cdot |F(e1)|$$

macierz związków konstytutywnych

$$D := \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2 \cdot \nu}{2} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2,6623 \cdot 10^7 & 5,071 \cdot 10^6 & 0 \\ 5,071 \cdot 10^6 & 2,6623 \cdot 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0776 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

współczynniki funkcji kształtów

$$\alpha(e1; i) := \text{col} \left((F(e1))^{-1}; i \right)$$

$$N(e1; i; x; y) := \alpha(e1; i)_1 \cdot x + \alpha(e1; i)_2 \cdot y + \alpha(e1; i)_3$$

Funkcje kształtu

Element 1

$$N(1; 1; x; y) = \frac{-x + 4 \cdot y}{6} \quad N(1; 2; x; y) = -\frac{-3 + x + 2 \cdot y}{3} \quad N(1; 3; x; y) = \frac{x}{2}$$

Element 2

$$N(2; 1; x; y) = \frac{2-x}{2} \quad N(2; 2; x; y) = \frac{-2 \cdot y + 3}{2} \quad N(2; 3; x; y) = \frac{x + 2 \cdot y - 3}{2}$$

macierz funkcji kształtów

$$mN(e1; x; y) := \begin{bmatrix} N(e1; 1; x; y) & 0 & N(e1; 2; x; y) & 0 & N(e1; 3; x; y) & 0 \\ 0 & N(e1; 1; x; y) & 0 & N(e1; 2; x; y) & 0 & N(e1; 3; x; y) \end{bmatrix}$$

macierz pochodnych funkcji kształtów

$$mB(e1) := \begin{bmatrix} \alpha(e1; 1)_1 & 0 & \alpha(e1; 2)_1 & 0 & \alpha(e1; 3)_1 & 0 \\ 0 & \alpha(e1; 1)_2 & 0 & \alpha(e1; 2)_2 & 0 & \alpha(e1; 3)_2 \\ \alpha(e1; 1)_2 & \alpha(e1; 1)_1 & \alpha(e1; 2)_2 & \alpha(e1; 2)_1 & \alpha(e1; 3)_2 & \alpha(e1; 3)_1 \end{bmatrix}$$

$$A(1) = 1,5$$

$$A(2) = 1$$

$$mB(1) = \begin{bmatrix} -0,1667 & 0 & -0,3333 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,6667 & 0 & -0,6667 & 0 & 0 \\ 0,6667 & -0,1667 & -0,6667 & -0,3333 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$mB(2) = \begin{bmatrix} -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -0,5 & -1 & 0 & 1 & 0,5 \end{bmatrix}$$

elementowe macierze sztywności

$$Ke(e1) := mB(e1)^T \cdot D \cdot mB(e1) \cdot A(e1)$$

$$Ke(1) = \begin{bmatrix} 8,2932 \cdot 10^6 & -2,6411 \cdot 10^6 & -4,9653 \cdot 10^6 & -2,7468 \cdot 10^6 & -3,3278 \cdot 10^6 & 5,3879 \cdot 10^6 \\ -2,6411 \cdot 10^6 & 1,8197 \cdot 10^7 & 1,0565 \cdot 10^5 & -1,685 \cdot 10^7 & 2,5355 \cdot 10^6 & -1,347 \cdot 10^6 \\ -4,9653 \cdot 10^6 & 1,0565 \cdot 10^5 & 1,1621 \cdot 10^7 & 5,2823 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 \\ -2,7468 \cdot 10^6 & -1,685 \cdot 10^7 & 5,2823 \cdot 10^6 & 1,9544 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 \\ -3,3278 \cdot 10^6 & 2,5355 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -2,5355 \cdot 10^6 & 9,9835 \cdot 10^6 & 0 \\ 5,3879 \cdot 10^6 & -1,347 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 & 0 & 4,0409 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

$$Ke(2) = \begin{bmatrix} 6,6557 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 2,5355 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -2,5355 \cdot 10^6 \\ 0 & 2,694 \cdot 10^6 & 5,3879 \cdot 10^6 & 0 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 \\ 0 & 5,3879 \cdot 10^6 & 1,0776 \cdot 10^7 & 0 & -1,0776 \cdot 10^7 & -5,3879 \cdot 10^6 \\ 2,5355 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 2,6623 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & -2,6623 \cdot 10^7 \\ -6,6557 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & -1,0776 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & 1,7432 \cdot 10^7 & 7,9234 \cdot 10^6 \\ -2,5355 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,6623 \cdot 10^7 & 7,9234 \cdot 10^6 & 2,9317 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

macierze Boole'a

$$Bo(e1) := \begin{array}{l} B_{68} := 0 \\ \text{for } i \in [1..2] \\ \quad \left| \begin{array}{l} B_{i2 \cdot (top_{e11} - 1) + i} := 1 \\ B_{i+22 \cdot (top_{e12} - 1) + i} := 1 \\ B_{i+42 \cdot (top_{e13} - 1) + i} := 1 \end{array} \right. \\ B \end{array}$$

$$Bo(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Bo(2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Agregacja

$$K := Bo(1)^T \cdot Ke(1) \cdot Bo(1) + Bo(2)^T \cdot Ke(2) \cdot Bo(2)$$

Globalna macierz sztywności

$$K = \begin{bmatrix} 1,4949 \cdot 10^7 & -2,6411 \cdot 10^6 & -4,9653 \cdot 10^6 & -2,7468 \cdot 10^6 & -3,3278 \cdot 10^6 & 7,9234 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -2,5355 \cdot 10^6 \\ -2,6411 \cdot 10^6 & 2,0891 \cdot 10^7 & 1,0565 \cdot 10^5 & -1,685 \cdot 10^7 & 7,9234 \cdot 10^6 & -1,347 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 \\ -4,9653 \cdot 10^6 & 1,0565 \cdot 10^5 & 1,1621 \cdot 10^7 & 5,2823 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ -2,7468 \cdot 10^6 & -1,685 \cdot 10^7 & 5,2823 \cdot 10^6 & 1,9544 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ -3,3278 \cdot 10^6 & 7,9234 \cdot 10^6 & -6,6557 \cdot 10^6 & -2,5355 \cdot 10^6 & 2,0759 \cdot 10^7 & 0 & -1,0776 \cdot 10^7 & -5,3879 \cdot 10^6 \\ 7,9234 \cdot 10^6 & -1,347 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 & 0 & 3,0664 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & -2,6623 \cdot 10^7 \\ -6,6557 \cdot 10^6 & -5,3879 \cdot 10^6 & 0 & 0 & -1,0776 \cdot 10^7 & -2,5355 \cdot 10^6 & 1,7432 \cdot 10^7 & 7,9234 \cdot 10^6 \\ -2,5355 \cdot 10^6 & -2,694 \cdot 10^6 & 0 & 0 & -5,3879 \cdot 10^6 & -2,6623 \cdot 10^7 & 7,9234 \cdot 10^6 & 2,9317 \cdot 10^7 \end{bmatrix}$$

funkcja obciążenia

$$f(p^1_x; p^2_x; p^1_y; p^2_y; L; s) := \begin{bmatrix} p^1_x \cdot \left(1 - \frac{s}{L}\right) + p^2_x \cdot \frac{s}{L} \\ p^1_y \cdot \left(1 - \frac{s}{L}\right) + p^2_y \cdot \frac{s}{L} \end{bmatrix}$$

obciążenie

$$F(s) := f(0; 0; 0; -75; 2; s)$$

$$F(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{75 \cdot s}{2} \end{bmatrix}$$

równoważnik obciążenia

$$Zt2(s) := mN(2; s; 1, 5)^T \cdot F(s)$$

$$i := [1..6]$$

$$z2_i := \int_0^2 Zt2(s)_i \, ds$$

$$z2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

$$p := Bo(2)^T \cdot z2$$

globalny wektor sił zastępczych

$$p = \begin{bmatrix} 0 \\ -25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

warunki brzegowe

$$war := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

uwzględnienie warunków brzegowych

$$I := \text{identity}(8) \quad Id_{8 \times 8} := 0 \quad \text{for } i \in [1..4] \quad Id_{\text{war}_i \text{war}_i} := 1 \quad Ip := I - Id \quad KK := Ip \cdot K \cdot Ip + Id \quad pp := Ip \cdot p$$

rozwiązanie układu równań MES

$$d := KK^{-1} \cdot pp \quad r := K \cdot d - p$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1,585 \cdot 10^{-6} \\ -1,0415 \cdot 10^{-5} \\ 3,0919 \cdot 10^{-6} \\ -1,2291 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} -66,6667 \\ 42,9225 \\ 66,6667 \\ 32,0775 \\ -1,0824 \cdot 10^{-11} \\ 2,0357 \cdot 10^{-12} \\ 3,206 \cdot 10^{-12} \\ 6,6181 \cdot 10^{-13} \end{bmatrix}$$

Powrót do elementów

odkształcenia

$$d1 := Bo(1) \cdot d$$

$$\varepsilon_1 := mB(1) \cdot d1$$

$$d2 := Bo(2) \cdot d$$

$$\varepsilon_2 := mB(2) \cdot d2$$

przesunięcie węzłów w elemencie

$$d1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1,585 \cdot 10^{-6} \\ -1,0415 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_1 = \begin{bmatrix} -7,925 \cdot 10^{-7} \\ 0 \\ -5,2077 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

naprężenia

$$\sigma_1 := D \cdot \varepsilon_1$$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} -21,0985 \\ -4,0188 \\ -56,1174 \end{bmatrix}$$

$$d2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,585 \cdot 10^{-6} \\ -1,0415 \cdot 10^{-5} \\ 3,0919 \cdot 10^{-6} \\ -1,2291 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_2 = \begin{bmatrix} 1,546 \cdot 10^{-6} \\ -1,8754 \cdot 10^{-6} \\ -1,4685 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_2 := D \cdot \varepsilon_2$$

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} 31,6478 \\ -42,0881 \\ -15,8239 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{1z} := v \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{12})$$

$$\sigma_{1z} = -4,0188$$

$$\sigma_{2z} := v \cdot (\sigma_{21} + \sigma_{22})$$

$$\sigma_{2z} = -1,6704$$

Wartości przemieszczeń w środku ES

$$X_s(el; j) := \frac{\sum_{k=1}^3 \text{wsp}_{top_{el\ k\ j}}}{3}$$

Element 1

$$X_s(1; 1) = 0,6667$$

$$X_s(1; 2) = 0,6667$$

$$u1 := mN(1; X_s(1; 1); X_s(1; 2)) \cdot d1$$

$$u1 = \begin{bmatrix} -5,2833 \cdot 10^{-7} \\ -3,4718 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Element 2

$$X_s(2; 1) = 1,3333$$

$$X_s(2; 2) = 1,1667$$

$$u2 := mN(2; X_s(2; 1); X_s(2; 2)) \cdot d2$$

$$u2 = \begin{bmatrix} 5,0231 \cdot 10^{-7} \\ -7,5687 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$