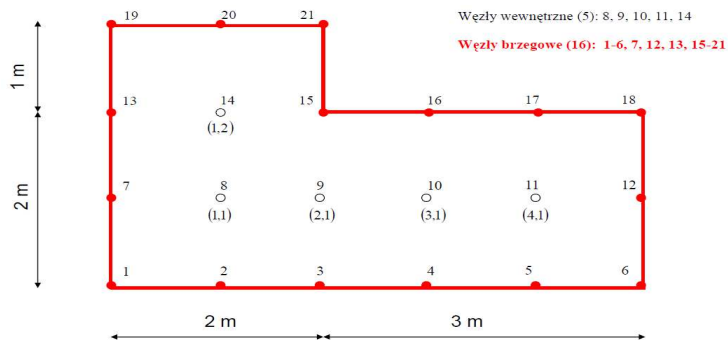
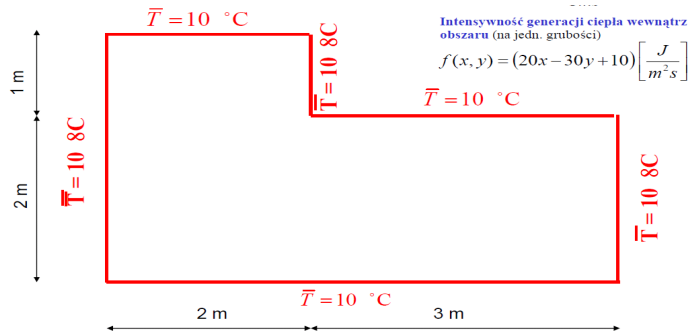


Ustalony przepływ ciepła - analiza klasyczna MRS

ORIGIN := 1



Dane:

Temperatura brzegowa $T_b := 10$

Współczynnik przewodnictwa ciepła $k := 7$

Intensywność generacji ciepła wewnątrz obszaru $f(x, y) := 20x - 30y + 10$

Moduł siatki $h := 1$

Liczba węzłów siatki $n := 21$

Liczba węzłów wewnętrznych $n_w := 5$

Liczba węzłów brzegowych $n_b := n - n_w$ $n_b = 16$

Tablica współrzędnych węzłów X i Y

$$X_{21} := 0 \quad Y_{21} := 0$$

Współrzędne węzłów wewnętrznych

$$X_8 := 1 \quad X_9 := 2 \quad X_{10} := 3 \quad X_{11} := 4 \quad X_{14} := 1$$

$$Y_8 := 1 \quad Y_9 := 1 \quad Y_{10} := 1 \quad Y_{11} := 1 \quad Y_{14} := 2$$

 $X =$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	1
9	2
10	3
11	4
12	0
13	0
14	1
15	0
16	...

 $Y =$

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	1
9	1
10	1
11	1
12	0
13	0
14	2
15	0
16	...

 $f(X, Y) =$

	1
1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
6	10
7	10
8	0
9	20
10	40
11	60
12	10
13	10
14	-30
15	10
16	...

Inicjalizacja układu równań algebraicznych

$$A_{m,n} := 0 \quad B_n := 0$$

Równania różnicowe we węzłach wewnętrznych (kolokacja)

(numer węzła środkowego (współczynnik -4) - numery węzłów gwiazdy (współczynniki: 1,1,1,1))

$$WW := \begin{pmatrix} 8 & 2 & 9 & 14 & 7 \\ 9 & 3 & 10 & 15 & 8 \\ 10 & 4 & 11 & 16 & 9 \\ 11 & 5 & 12 & 17 & 10 \\ 14 & 8 & 15 & 20 & 13 \end{pmatrix}$$

Warunki brzegowe (we węzłach brzegowych)

(numer węzła brzegowego)

$$WB := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 12 \\ 13 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \end{pmatrix}$$

Generacja równań różnicowych wewnątrz obszaru

$$\begin{aligned} i := 1..nw \quad A_{WW_{i,1}, WW_{i,1}} &:= -4 & A_{WW_{i,1}, WW_{i,2}} &:= 1 & A_{WW_{i,1}, WW_{i,3}} &:= 1 \\ & & A_{WW_{i,1}, WW_{i,4}} &:= 1 & A_{WW_{i,1}, WW_{i,5}} &:= 1 \\ B_{(WW_{i,1})} &:= -f[X_{(WW_{i,1})}, Y_{(WW_{i,1})}] \cdot \frac{h^2}{k} \end{aligned}$$

Generacja równań brzegowych

$$i := 1..nb \quad A_{WB_i, WB_i} := 1 \quad B_{WB_i} := Tb$$

A =		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	8	0	1	0	0	0	0	1	-4	1	0
	9	0	0	1	0	0	0	0	1	-4	1
	10	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-4
	11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	14	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...

B =		1
	1	10
	2	10
	3	10
	4	10
	5	10
	6	10
	7	10
	8	0
	9	-2.857
	10	-5.714
	11	-8.571
	12	10
	13	10
	14	4.286
	15	10
	16	...

Rozwiązanie układu równań (temperatury węzłowe)

$$\underline{T} := A^{-1} \cdot B$$

$$i := 1..nw$$

$$TW_i := T_{(WW_{i,1})}$$

temperatura we
wszystkich węzłach

T =

	1
1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
6	10
7	10
8	10.073
9	11.346
10	12.454
11	12.756
12	10
13	10
14	8.947
15	10
16	...

wartości ekstremalne
temperatur

$$TW = \begin{pmatrix} 10.073 \\ 11.346 \\ 12.454 \\ 12.756 \\ 8.947 \end{pmatrix}$$

temperatura we
węzłach wewnętrznych

$$T_{min} := \min(T)$$

$$T_{min} = 8.947$$

$$T_{max} := \max(T)$$

$$T_{max} = 12.756$$