METODY OBLICZENIOWE, ćw. 2

Po zapoznaniu się z wykładem na temat metody Galerkina (https://cce.pk.edu.pl/~witek/MetObl/handouts.pdf) zastosować jednomianowe funkcje bazowe spełniające zerowe warunki Dirichleta (x, x^2) i metodę Galerkina do aproksymacji rozwiązania następującego zagadnienia brzegowego:

$$\begin{cases} -N\dfrac{d^2y}{dx^2} = \sin\left(\dfrac{\pi x}{L}\right), & x \in (0, L) \\ y(0) = 0 \\ y'(L) = N \end{cases}$$

gdzie $L = 2 * N,\ N$ oznacza liczbę utworzoną z dwóch ostatnich cyfr numeru indeksu.

Wyprowadzić ręcznie sformułowanie problemu, rozwiązanie analityczne (dla porównania) i przygotować program rozwiązujący powyższe zagadnienie metodą Galerkina.

Wskazówka: do przygotowania kodu można wykorzystać poniższy program, odpowiadający poniższemu zagadnieniu brzegowemu

$$\begin{cases} -\dfrac{d^2y}{dx^2} = x, & x \in (0,2) \\ y(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases}$$

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.ion()
# Dane
L = 2
```

6. # Aproksymacja - macierz G i wektor f
7. G = np.array([[2, 4], [4, 32/3]])
8. f = np.array([8/3, 4])
9. # Rozwiązanie układu równań
10. a = np.linalg.solve(G, f)
11. # Definicja przedziału x
12. x = np.arange(0, L + 0.1, 0.1)
13. # Aproksymowane rozwiązanie
14. uh = a[0] * x + a[1] * x**2
15. plt.plot(x, uh, 'b')
16. # Rozwiązanie analityczne
17. exact = -1/6 * x**3 + 2 * x
18. plt.plot(x, exact, 'r--')