

Interpolacja Lagrange'a

Dane zbiory liczbowe:

$$\mathbf{X} = [x_0, x_1, \dots, x_n], \quad \mathbf{F} = [f_0, f_1, \dots, f_n]^T, \quad (f_i \equiv f(x_i)),$$

gdzie:

\mathbf{X} - węzły interpolacji,

\mathbf{F} - wartości funkcji interpolowanej.

Wielomian Lagrange'a $L^n(x)$ przyjmuje postać:

$$L^n(x) = f_0 L_0^n(x) + f_1 L_1^n(x) + \dots + f_n L_n^n(x) = \mathbf{L} \mathbf{F},$$

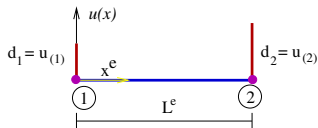
gdzie:

$$L_i^n = \prod_{j=0, j \neq i}^{j=n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Wielomianów bazowych $L_i^n(x)$ jest tyle ile węzłów.

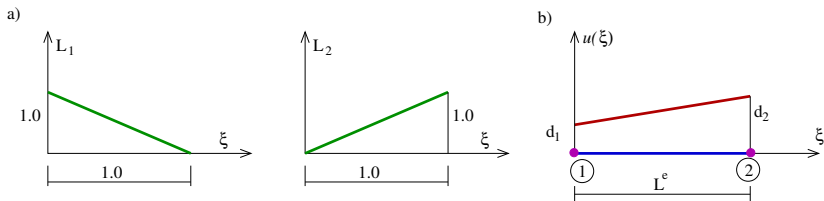
Funkcje kształtu

Wielomiany Lagrange'a



$$\mathbf{X} = [x_1^e, x_2^e], \quad \mathbf{F} = \mathbf{d}^e = [d_1^e, d_2^e]^T.$$

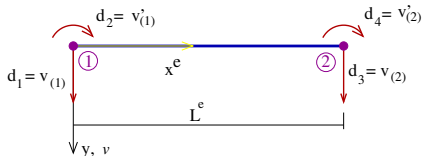
$$\mathbf{L}_{(1 \times 2)}(\xi) = [L_1(\xi), L_2(\xi)] = \left[\frac{x^e - x_2^e}{x_1^e - x_2^e}, \frac{x^e - x_1^e}{x_2^e - x_1^e} \right] = [1 - \xi, \xi], \quad \xi = \frac{x^e - x_1^e}{L^e}$$



$$u(\xi) = \mathbf{L}(\xi) \mathbf{d}^e = L_1(\xi) d_1^e + L_2(\xi) d_2^e.$$

Funkcje kształtu

Wielomian Hermite'a stopnia 3



Dane zbiory liczbowe:

$$\mathbf{X} = [x_1^e, x_2^e], \quad \mathbf{F} = \mathbf{d}^e = [d_1^e, d_2^e, d_3^e, d_4^e]^T,$$

gdzie:

\mathbf{X} - węzły interpolacji,

\mathbf{F} - wartości funkcji interpolowanej oraz jej pochodnej.

Wielomian Hermite'a $H^3(\xi)$ przyjmuje postać:

$$v(\xi) = \mathbf{H}(\xi)^e \mathbf{d}^e, \quad \xi = \frac{x^e}{L^e}.$$

Funkcje kształtu

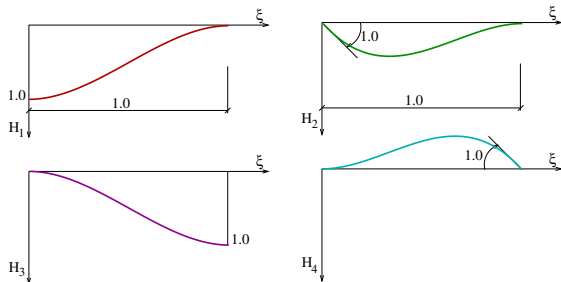
Wielomiany bazowe wielomianu Hermite'a stopnia 3

$$\mathbf{H}(\xi) = [H_1(\xi), H_2(\xi), H_3(\xi), H_4(\xi)],$$

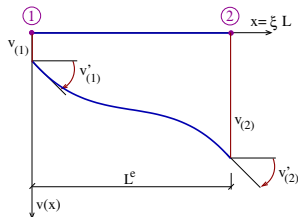
$$H_1(\xi) = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad H_2(\xi) = L(\xi - 2\xi^2 + \xi^3),$$

$$H_3(\xi) = 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad H_4(\xi) = L(\xi^3 - \xi^2)$$

a)



b)



$$v(\xi) = \mathbf{H}(\xi) \mathbf{d}^e =$$

$$= H_1(\xi) v_{(1)} + H_2(\xi) v'_{(1)} + H_3(\xi) v_{(2)} + H_4(\xi) v'_{(2)}.$$